

**Корчинський В.М.**

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

**Тимченко О.С.**

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

## ОПТИМІЗАЦІЙНИЙ МЕТОД СУМІЩЕННЯ БАГАТОКАНАЛЬНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ

У статті пропонується метод суміщення дискретизованих сигналів з адитивним шумом, отриманих у заданій кількості часових інтервалів передачі або у низці спектральних інтервалів. Метод базується на кратномасштабному аналізі множини вихідних (первинних) даних і включає наступні етапи: 1) визначення коефіцієнтів вейвлет-розкладів усіх первинних сигналів; 2) формування лінійних комбінацій коефіцієнтів деталізуючи складових вейвлет-розкладів з різними ваговими коефіцієнтами; 3) реконструкція отриманого суміщеного сигналу шляхом оберненого вейвлет-перетворення.

Вагові коефіцієнти комбінації отримуються як розв'язок оптимізаційної задачі за критеріями: 1) максимізація квадратичної інформаційної ентропії; 2) максимізація відношення «сигнал/шум»; 3) мінімізація середньоквадратичної відмінності синтезованого сигналу від первинного сигналу з максимальною квадратичною інформаційною ентропією.

Пропонований метод забезпечує можливість варіювання вагових коефіцієнтів значущості критеріїв оптимізації.

Узагальнення пропонованого методу на багатовимірні цифрові сигнали (зокрема растрові зображення дистанційного зондування Землі) реалізоване шляхом попередньої редукції розмірності множини первинних сигналів на основі розгортки Пеано-Гільберта з наступною реалізацією запропонованого методу.

Встановлено, що структурна схожість синтезованого сигналу та первинних сигналів зменшується зі зменшенням їх інформаційних ентропій та відношення «сигнал/шум».

Синтезовані суміщені сигнали є лінійними комбінаціями вихідних первинних даних і утворюють узагальнені первинні дані, оптимізовані за інформаційними та енергетичними критеріями, для подальшого тематичного аналізу.

Здійснено порівняльний аналіз ортонормованих вейвлет-бузисів та встановлено, найбільшу ефективність за запропонованими критеріями оптимізації має базис Добеші четвертого порядку.

Пропонований метод забезпечує компроміс між вимогами збільшення відношення «сигнал/шум» і збереження інформативності синтезованих сигналів стосовно множини первинних сигналів та можливість управління значущістю критеріїв оптимізації.

**Ключові слова:** багатоканальний сигнал, квадратична інформаційна ентропія, відношення «сигнал/шум», дискретне ортонормоване вейвлет-перетворення, розгортка Пеано-Гільберта.

**Постановка проблеми.** На даний час широкого поширення набули системи передачі, у яких процес передавання здійснюється протягом декількох сеансів (системи з пріоритетним обслуговуванням, системи з випадковим доступом до інформаційного каналу, системи дистанційного зондування з фіксацією даних у низці спектральних каналів електромагнітного проміння – носія видової інформації тощо). Процес передачі сигналів у таких системах неминує супроводжу-

ється накладенням на сигнали завад (шумів), що зменшує достовірність передачі. У зв'язку з цим актуальна проблема суміщення даних, переданих протягом різних сеансів передачі та/або від різних джерел сигналів для отримання більш точної та достовірної інформації у порівнянні з даними від кожного джерела при подальшому тематичному аналізі.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На даний час збільшення інформативності сигнала

лів передачі розглядалося в основному в аспекті фільтрації каналних шумів (див., наприклад монографію [1, с. 352–439]). Існуючі методи суміщення даних (концепція Data Fusion [2]) розвинені у контексті отримання комбінацій вихідних первинних даних для формування інших первинних даних шляхом різних модифікацій методу головних компонент без кількісних оцінок їх інформативності [3, с. 150–230]. Питання, пов'язані з оптимальним управлінням параметрами суміщення за критеріями мінімізації рівня завад при цьому не розглядалися.

**Постановка завдання.** Розглядається сукупність дискретизованих сигналів з адитивним шумом, отриманих у заданій кількості часових інтервалів (або у низці спектральних інтервалів). Мета статті полягає у формулюванні методу суміщення цих первинних даних у єдиному об'єкті зі збільшеною інформаційною значущістю, оптимізованою за її різними критеріями, включаючи максимізацію відношення «сигнал/шум» (SNR), мінімізацію інформаційної відмінності синтезованого сигналу від первинного сигналу з максимальною інформаційною ентропією.

**Виклад основного матеріалу.** Використаємо запропоноване у роботах [4, 5] подання дискретизованого інформаційного сигналу  $S_m(n)$ ,  $n=1, \overline{N-1}$ , отриманого у  $m$ -му часовому інтервалі передачі (або у  $m$ -му спектральному інтервалі), по одному з ортонормованих вейвлет-базисів на першому рівні декомпозиції:

$$S_m(n) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k^{(m)} \cdot \phi_k(n) + \sum_{k=0}^{N-1} d_k^{(m)} \cdot \psi_k(n), \quad (1)$$

де  $\phi_k(n)$ ,  $\psi_k(n)$  – відповідно масштабуючі та деталізуючі базисні функції вейвлет-базису.

Таке подання первинних сигналів забезпечує можливість виокремлення їхніх високочастотних складових, пов'язаних з каналним шумом.

Формування суміщеного сигналу здійснюємо на основі лінійних комбінацій деталізуючих коефіцієнтів вейвлет-розкладів первинних сигналів кількості  $M$  з різними ваговими коефіцієнтами  $a_i$  ( $i=1, \overline{M}$ ):

$$D_k = \sum_{i=1}^M a_i \cdot d_k^{(i)}. \quad (2)$$

Реконструкція синтезованого суміщеного сигналу здійснюватиметься зворотнім вейвлет-перетворенням.

Визначення вагових коефіцієнтів  $a_i$  ( $i=1, \overline{M}$ ) формулюємо як багатокритеріальну оптимізаційну задачу за наступними критеріями:

1) максимізація квадратичної інформаційної ентропії,  $E = -\log_2 \left( \sum_{i=0}^{N-1} p_i^2 \right)$ ;

2) максимізація відношення «сигнал/шум»;

3) мінімізація середньоквадратичної відмінності синтезованого сигналу  $R(n)$  від первинного сигналу з максимальною квадратичною інформаційною ентропією  $S_{\max}(n)$ ,

$$\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} [R(n) - S_{\max}(n)]^2}.$$

Для розв'язання поставленої оптимізаційної задачі використано метод, відомий під назвою «goal attaine method», який забезпечує можливість попереднього завдання вагових коефіцієнтів значущості критеріїв оптимізації [6, с. 322–348].

На рис. 1 подано фрагмент залежностей від номеру відліку чотирьох первинних сигналів з різними значеннями інформаційної ентропії та однаковим відношенням «сигнал/шум» 7.5 дБ. Динаміка суміщеного сигналу, сформованого при однаковій значущості критеріїв оптимізації, наведена на рис. 2.

У наступній таблиці наведені інформаційні показники первинних інформаційних сигналів.

Квадратична інформаційна ентропія синтезованого сигналу дорівнює 8.3271 біт, відношення «сигнал/шум» складає 5.923 дБ, що суттєво перевищує відповідні значення первинних сигналів.

Узагальнення на випадок багатовимірних цифрових сигналів (зокрема растрових зображень) здійснюється шляхом попередньої редукції їх розмірності на основі розгортки Пеано-Гільберта [7] з наступною реалізацією запропонованого методу.

На рисунках 3–6 наведені зображення дистанційного зондування, зафіксовані у чотирьох спектральних каналах електромагнітного проміння – носія видової інформації з різними значеннями інформаційних ентропій та однаковою дисперсією адитивного гаусівського шуму 0.04. Зазначимо, що інформативність первинних зображень збільшується при зменшенні довжини хвилі електромагнітного проміння – носія видової інформації.

Інформативність наведених первинних зображень збільшується при зменшенні довжини хвилі електромагнітного проміння – носія видової інформації.

На рисунку 7 подане синтезоване (суміщене) зображення, отримане за однокової значущості використаних критеріїв оптимізації,

Сформоване суміщене зображення має суттєво більшу інформативність, що підтверджується й на рівні візуального сприйняття.

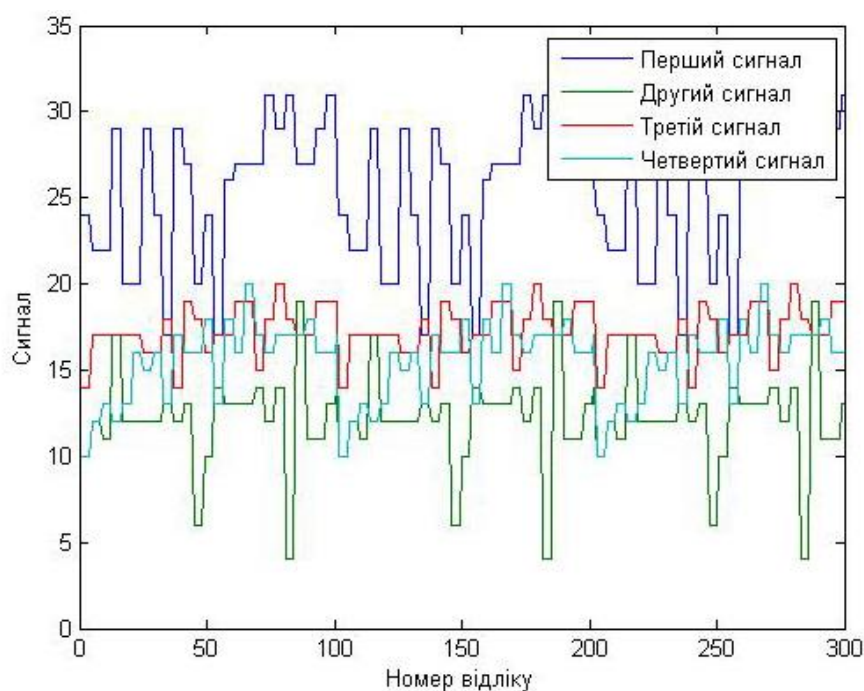


Рис. 1. Динаміка первинних інформаційних сигналів

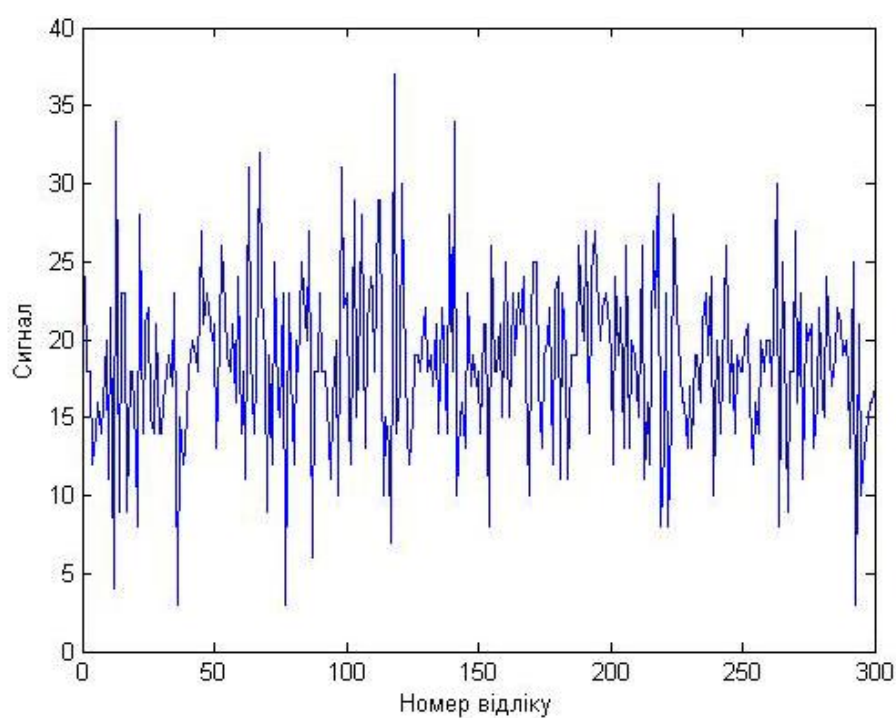


Рис. 2. Динаміка синтезованого (суміщеного) сигналу

Таблиця 1

Інформаційно-енергетичні показники первинних сигналів

| Показник                               | Перший сигнал | Другий сигнал | Третій сигнал | Четвертий сигнал |
|----------------------------------------|---------------|---------------|---------------|------------------|
| Квадратична інформаційна ентропія, біт | 6.8683        | 7.2738        | 7.2111        | 7.6579           |
| Відношення «сигнал/шум», дБ            | 4.1385        | 4.3738        | 5.4217        | 5.6732           |

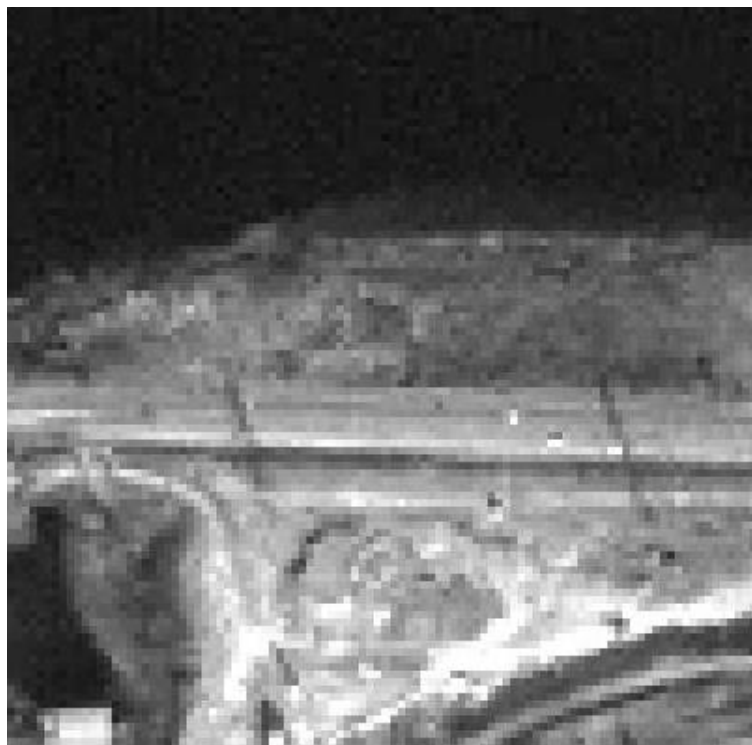


Рис. 3. Зображення спектрального каналу 0.45 мкм – 0.53 мкм (інформаційна ентропія 6.8893 біт)

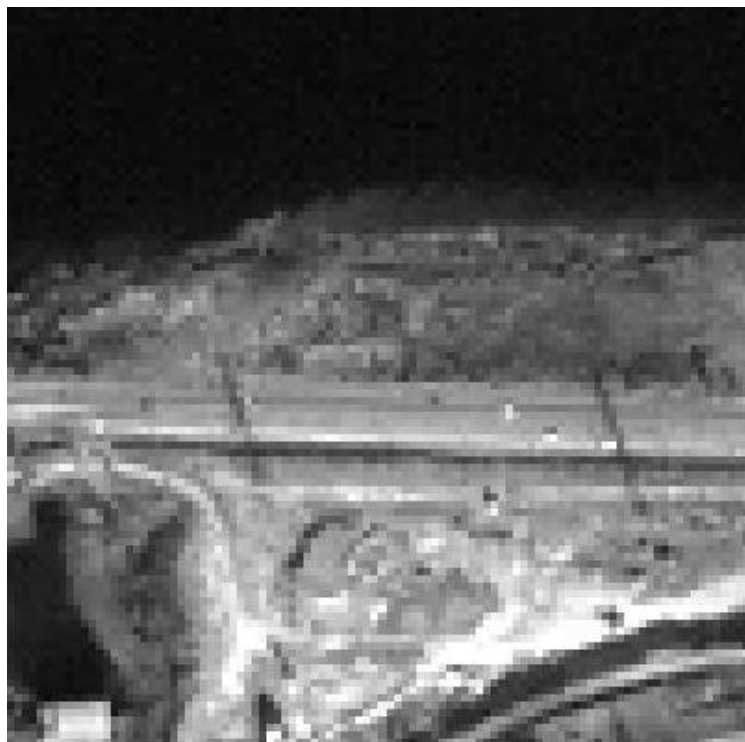


Рис. 4. Зображення спектрального каналу 0.52 мкм – 0.61 мкм (інформаційна ентропія 6.3267 біт)

У результаті порівняльного аналізу ортонормованих вейвлет-базисів за використаними інформаційними критеріями встановлено найбільшу ефективність базису Добеші (db4).

**Висновки.** Запропоновано новий метод суміщення дискретизованих сигналів з адитивним шумом, отриманих у заданій кількості часових інтервалів передачі або у низці спектральних

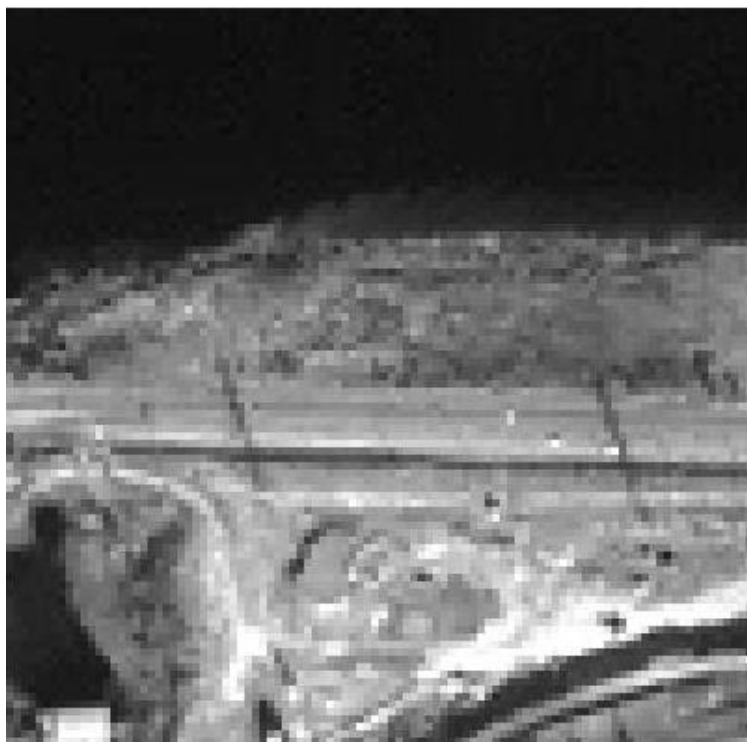


Рис. 5. Зображення спектрального каналу 0.64 мкм – 0.72 мкм (інформаційна ентропія 6.0937 біт)

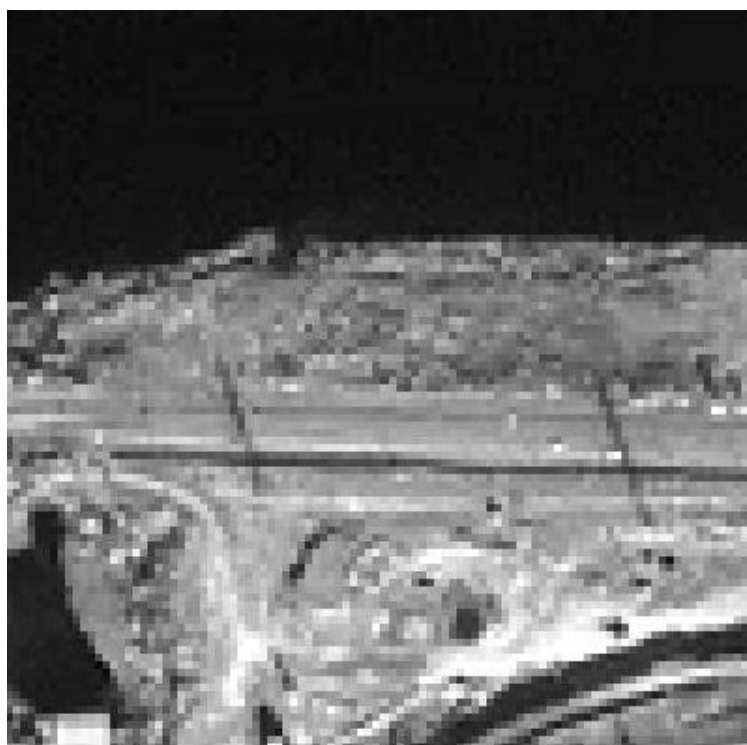


Рис. 6. Зображення спектрального каналу 0.77 мкм – 0.88 мкм (інформаційна ентропія 5.8742 біт)

інтервалів, оптимізований за інформаційними та енергетичним критеріями. Подальші дослідження за проблематикою статті будуть спрямовані на збільшення пропускну здатності інформаційних

каналів передачі багатокомпонентних сигналів, швидкості передачі у телекомунікаційних системах з випадковим доступом та ідентифікації інформаційних сигналів.

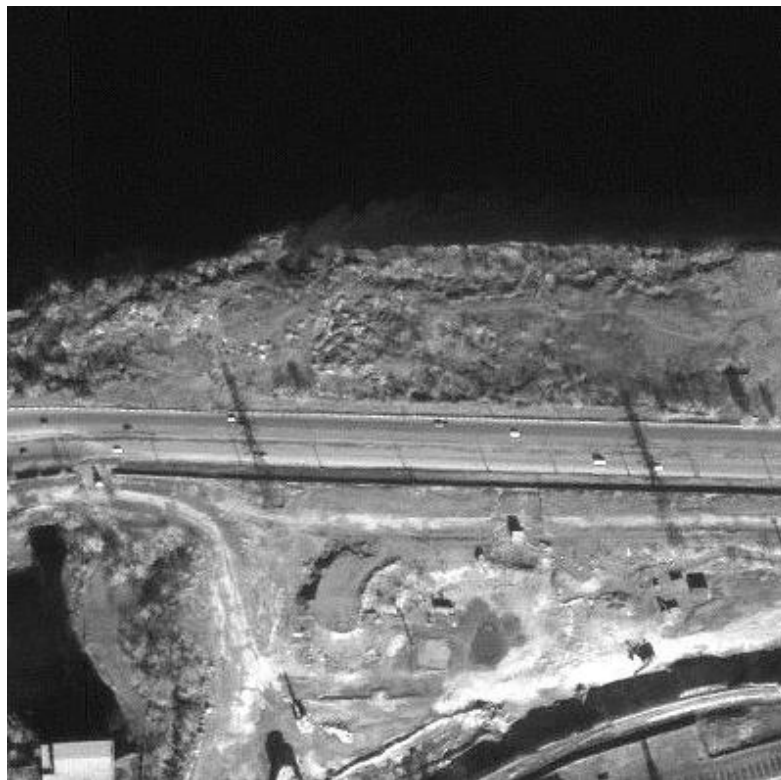


Рис. 7. Синтезоване зображення (інформаційна ентропія 7.1352 біт)

#### Список літератури:

1. Proakis J.G., Manolakis D. Digital Signal Processing. Principles, Algorithms and Application. London: Prentice-Hall International, 2007. 948 p.
2. Mahler R. Optimal/robust distributed data fusion: a unified approach. *Proceedings of SPIE*. 2000. – Vol. 4052: *Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition*. – No. 4. – P. 128-138.
3. Raon J. R. Data Fusion Mathematics: Theory and Practice. N.-Y.: Taylor & Francis, 2017. 600 p.
4. Корчинський В. Фільтрація завад багатоспектральних цифрових сигналів: оптимізаційний підхід // *Прикладні питання математичного моделювання*. 2023. Том 6, № 4. С. 93-99.
5. Корчинський В. Оптимізація пропускної здатності інформаційних каналів передачі растрових зображень // *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2024. Том 35(74). № 4. С. 33-37.
6. Steur R.E. Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application. N.-Y.: John Wiley&Sons Inc., 1986. 546 p.
7. Sagan K. Space-Filling Curves. N.-Y.: Springer-Verlag. 1994. 352 p.

#### Korchynskyj V.M., Tymchenko O.S. OPTIMIZATION METHOD FOR COMBINING MULTI-CHANNEL INFORMATION SIGNALS

*The article proposes a method for combining discretized signals with additive noise, obtained in a given number of transmission time intervals or in a series of spectral intervals. The method is based on a multi-scale analysis of a set of initial (primary) data and includes the following stages: 1) determination of the coefficients of the wavelet distributions of all primary signals; 2) formation of linear combinations of coefficients detailing the components of wavelet distributions with different weighting coefficients; 3) reconstruction of the obtained combined signal by inverse wavelet transform.*

*The weighting coefficients of combinations are obtained as a solution to the optimization problem according to the criteria: 1) maximization of the quadratic information entropy; 2) maximization of the signal/noise ratio; 3) minimization of the mean square difference of the synthesized signal from the original signal with the maximum quadratic information entropy.*

*The proposed method provides the possibility of varying the weighting coefficients of the significance of the optimization criteria.*

*The generalization of the proposed method to multidimensional digital signals (in particular, raster images of remote sensing of the Earth) is implemented by preliminary reduction of the dimensionality of the set of primary signals based on the Peano-Hilbert sweep with subsequent implementation of the proposed method.*

*It has been shown that the structural similarity of the synthesized signal and the original signals decreases with a decrease in their information entropies and the signal-to-noise ratio.*

*The synthesized combined signals are linear combinations of the original primary data and form generalized primary data, optimized according to information and energy criteria, for further thematic analysis.*

*A comparative analysis of orthonormal wavelet basis sets was carried out and it was established that the fourth-order Daubechies basis set has the greatest efficiency according to the proposed optimization criteria.*

*The proposed method provides a compromise between the requirements of increasing the signal-to-noise ratio and preserving the informativeness of the synthesized signals in relation to the set of primary signals, and the ability to control the significance of the optimization criteria*

**Key words:** *multichannel signal, quadratic information entropy, signal-to-noise ratio, discrete orthonormal wavelet transform, Peano-Hilbert sweep.*

Дата надходження статті: 29.07.2025

Дата прийняття статті: 28.08.2025

Опубліковано: 27.10.2025